



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

Mechanika i wytrzymałość materiałów

IB - Wykład Nr 1

Pojęcia podstawowe, Statyka

Znaczenie mechaniki i wytrzymałości materiałów w Inżynierii Biomedycznej, literatura, pojęcia podstawowe, wielkości fizyczne, działania na wektorach, rodzaje obciążeń, stopnie swobody, więzy, reakcje.

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji

Dr hab. inż. Tomasz Machniewicz

E-mail: [machniew<at>agh.edu.pl](mailto:machniew@agh.edu.pl)

Stomatologia

Układ krążenia

Ortopedia

Chirurgia

© T. Machniewicz

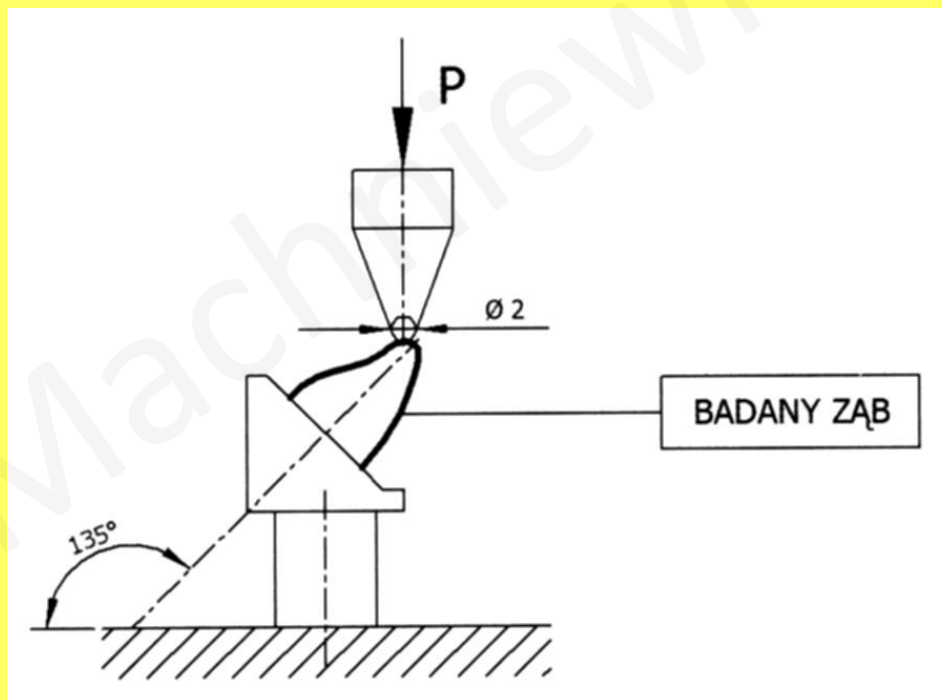
Stomatologia

Układ krążenia

Ortopedia

Chirurgia

Badania naturalnych zębów¹⁾



¹⁾ T. Topoliński, Problemy wytrzymałości i trwałości zmęczeniowej w materiałach i konstrukcjach inżynierii biomedycznej.

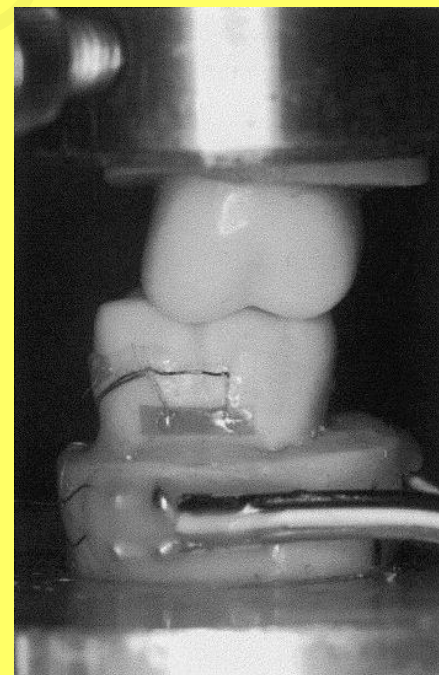
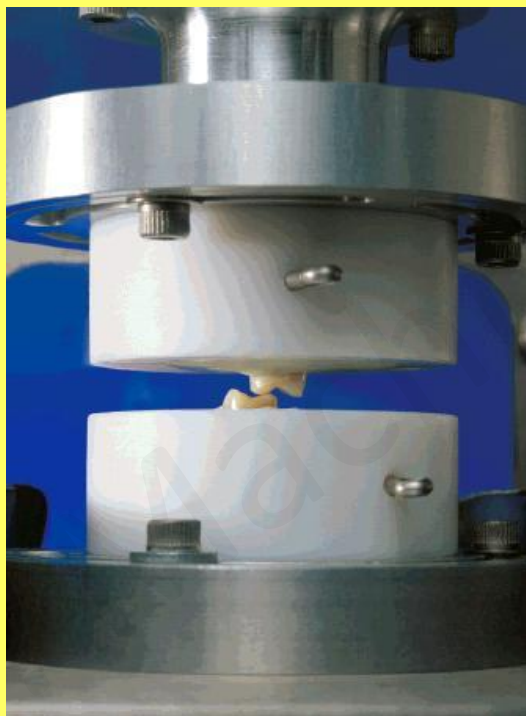
Stomatologia

Układ krążenia

Ortopedia

Chirurgia

Badania implantów zębów



1) Halachmi et al. Splints and stress transmission to teeth: an in vitro experiment. Journal of Dentistry, Vol. 28, 2000

Stomatologia

Układ krążenia

Ortopedia

Chirurgia

Badania mostków zębowych



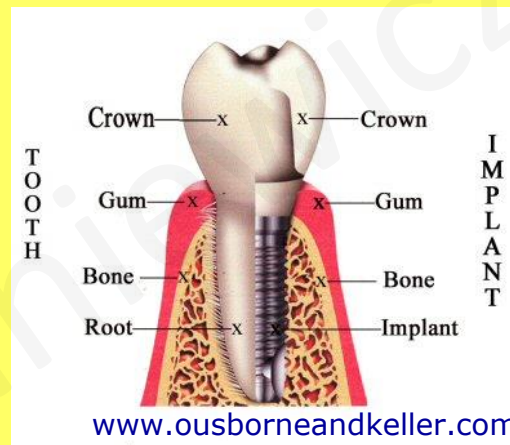
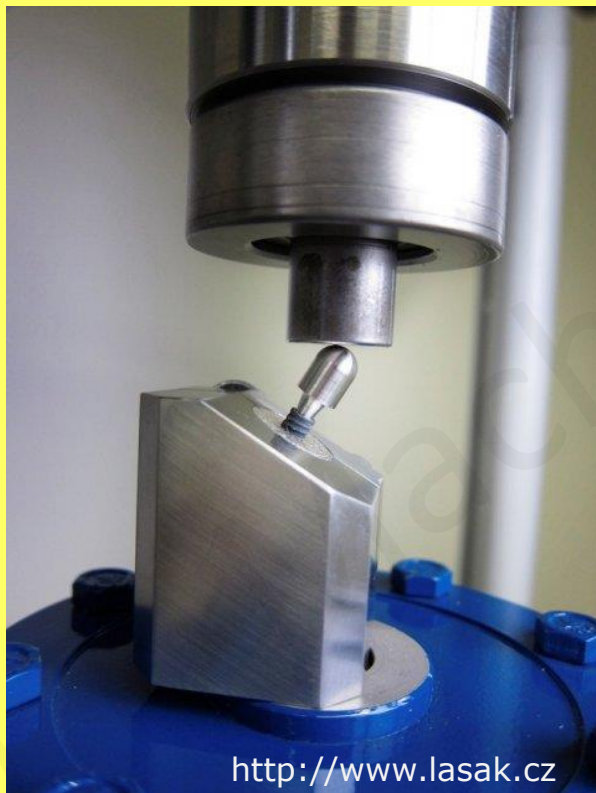
Stomatologia

Układ krążenia

Ortopedia

Chirurgia

Badania implantów zębów



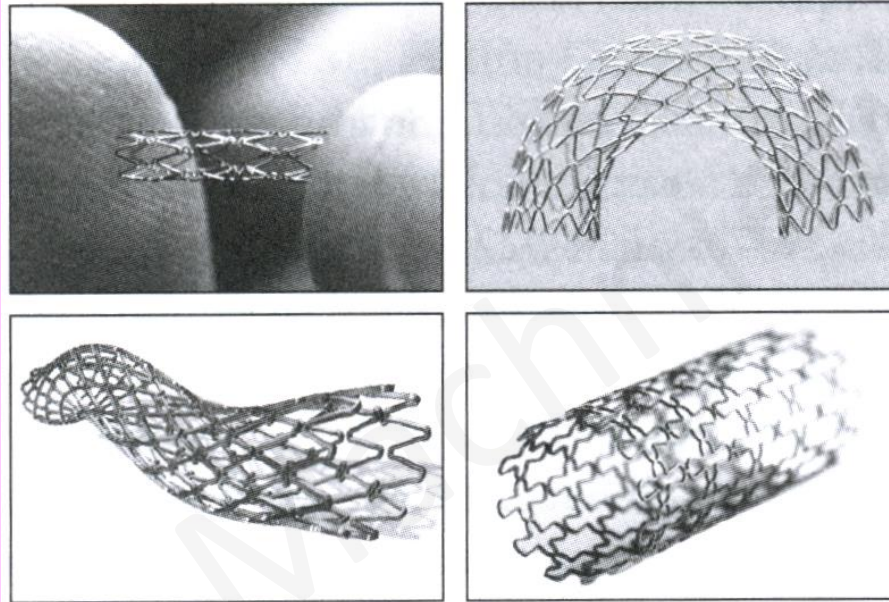
Stomatologia

Układ krążenia

Ortopedia

Chirurgia

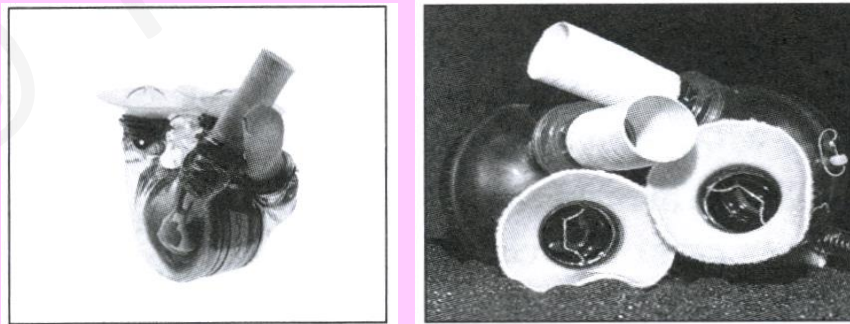
Stenty



Zastawki serca



Sztuczne serce



T. Topoliński,
Problemy wytrzymałości i trwałości zmęczeniowej w materiałach i konstrukcjach inżynierii biomedycznej.

Stomatologia

Układ krążenia

Ortopedia

Chirurgia

Badania sztucznego serca



Stomatologia

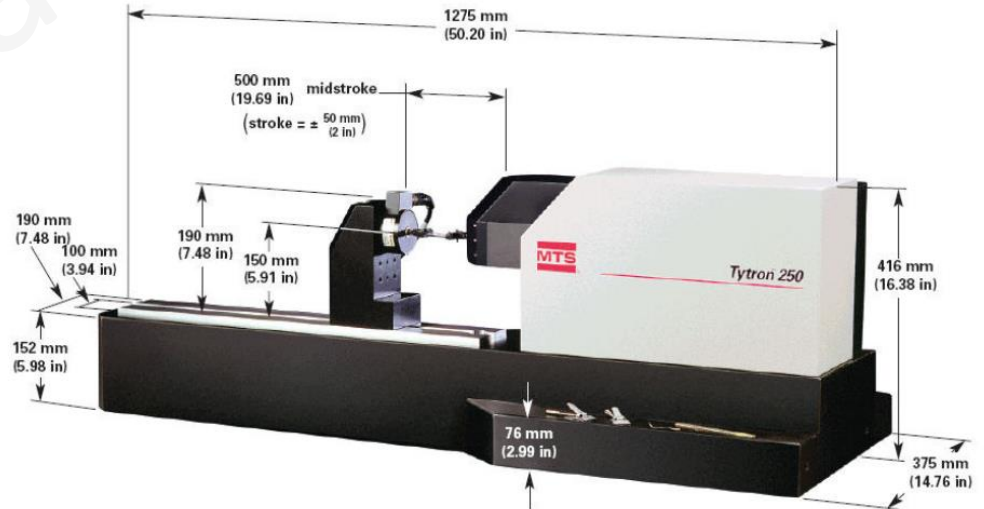
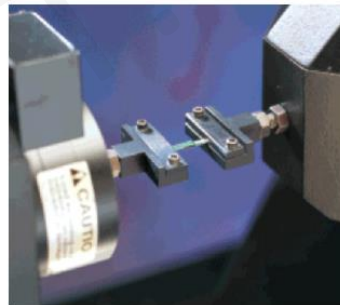
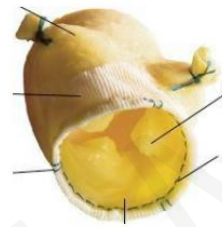
Układ krążenia

Ortopedia

Chirurgia

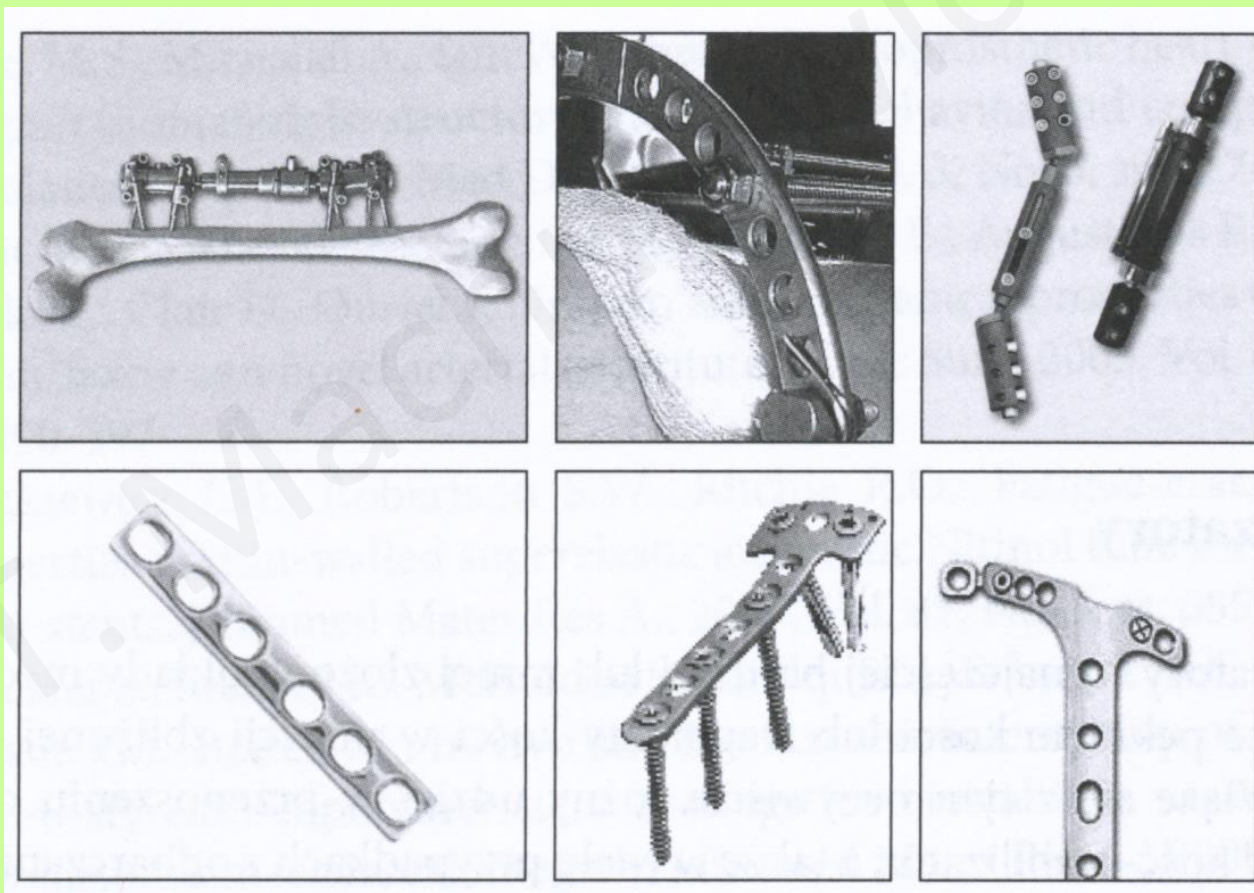


Badania mechaniki tkanek miękkich



Stomatologia
Układ krążenia
Ortopedia
Chirurgia

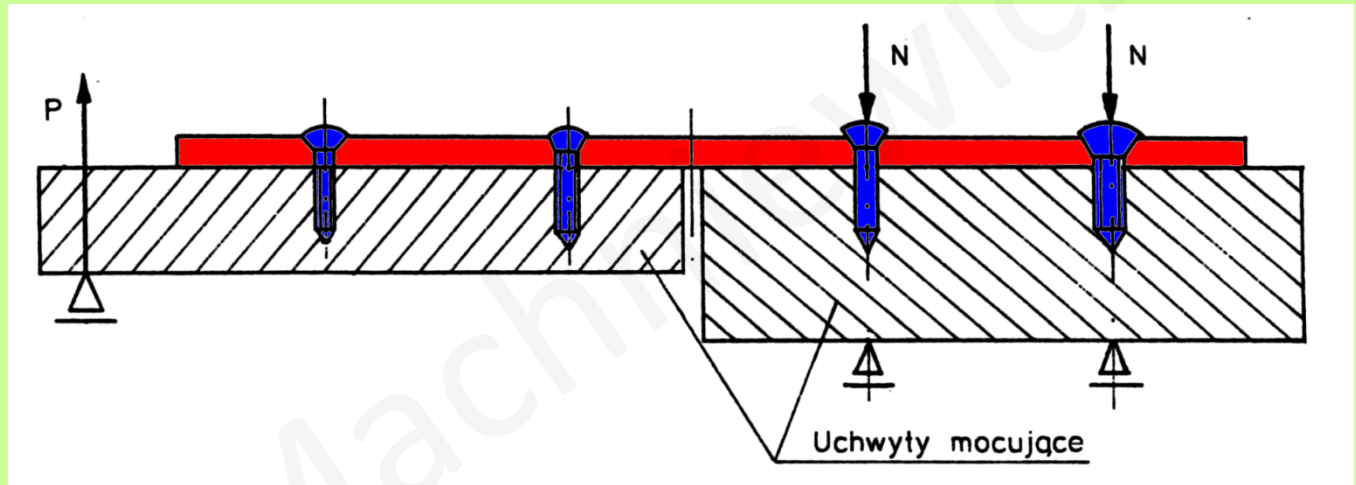
Stabilizatory



T. Topoliński, Problemy wytrzymałości i trwałości zmęczeniowej w materiałach i konstrukcjach inżynierii biomedycznej.

Stomatologia
Układ krążenia
Ortopedia
Chirurgia

Próba zginania płytki kostnej



Stomatologia
Układ krążenia
Ortopedia
Chirurgia

MTS BIOMEDICAL SOLUTIONS



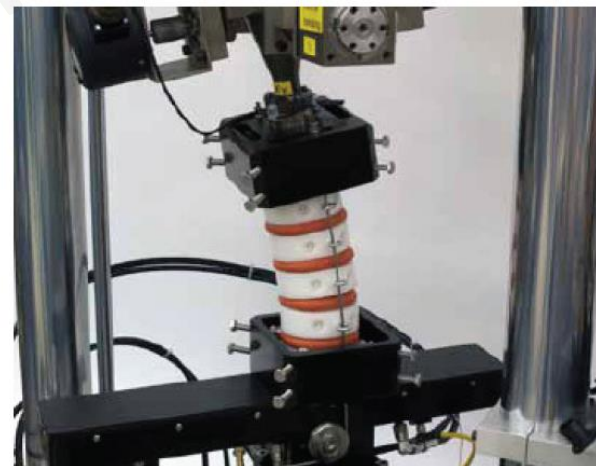
MTS Bionix Testing Solutions

» Badanie Kinematyki Kręgosłupa



MTS Bionix Testing Solutions

- » Badanie Kinematyki Kręgosłupa
 - Zginanie, obciążenia osiowe, skręcanie, możliwość wykonania dowolnej sekwencji obciążeń i ruchów
 - Badanie kręgów, dysków, ścięgien, stabilizatorów kręgosłupa i innych urządzeń ortopedycznych
 - Pełna swoboda projektowania testów, zakresu ruchów i obciążeń
 - Opatentowane zaawansowane algorytmy sterujące maszyną umożliwiają symulację naturalnego zakresu ruchu i oporów poszczególnych fragmentów kręgosłupa.
 - Kompensatory adaptacyjne



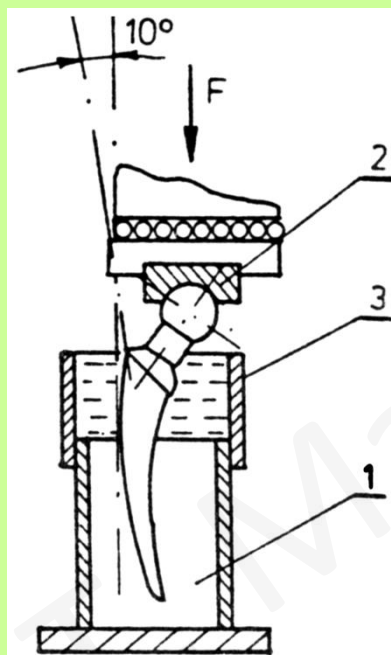
Stomatologia

Układ krążenia

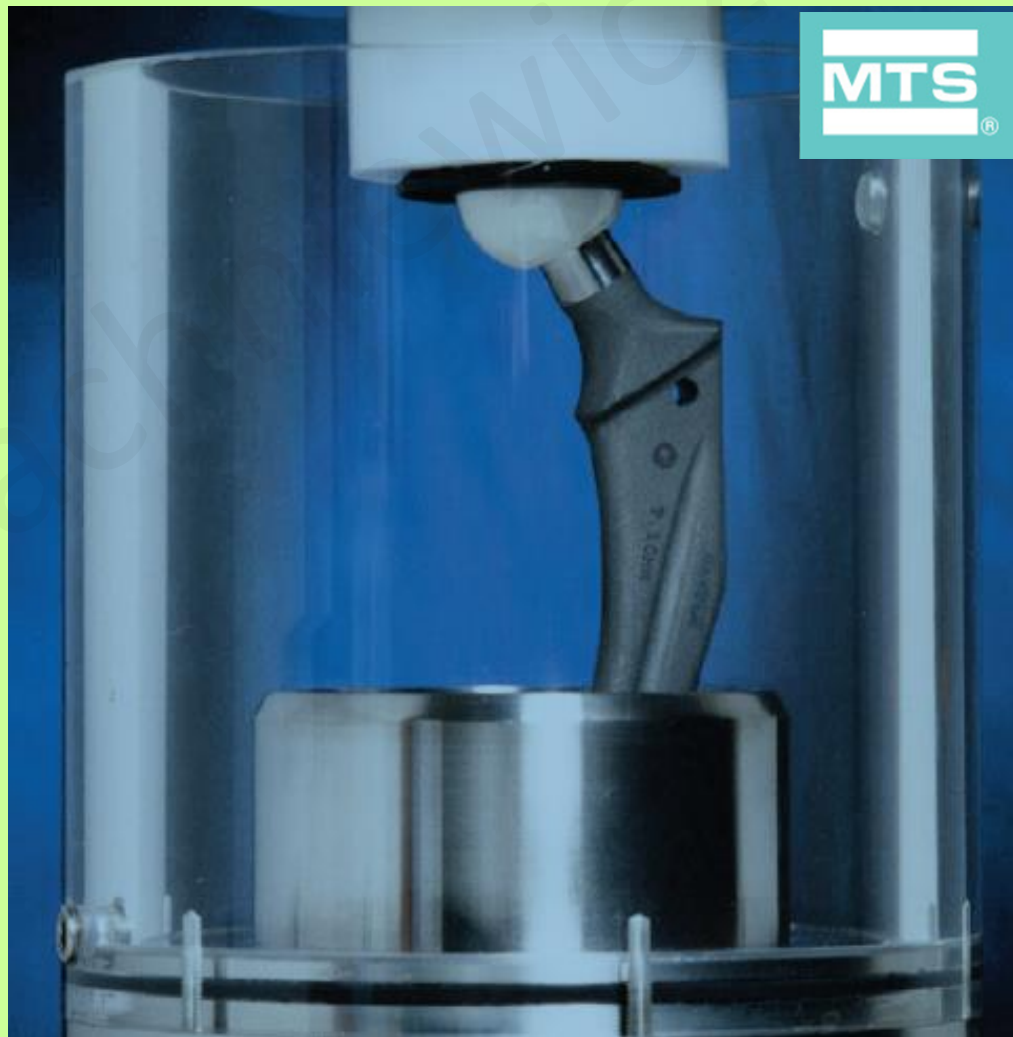
Ortopedia

Chirurgia

Endoprotezy stawu biodrowego



Marciniak W.
 Ćwiczenia laboratoryjne z
 biomateriałów. Wydawnictwo
 Politechniki Śląskiej, Gliwice 1999.



Stomatologia

Układ krążenia

Ortopedia

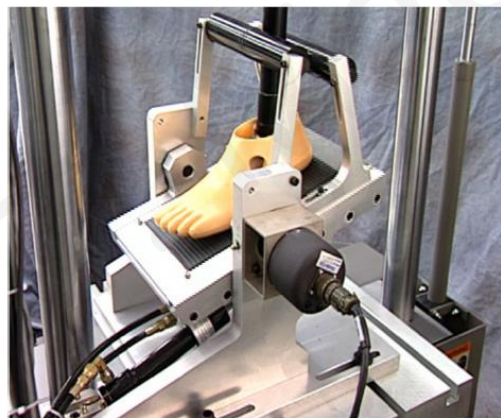
Chirurgia

MTS BIOMEDICAL SOLUTIONS



MTS Bionix Testing Solutions

» Test trwałościowy protezy stawu skokowego i stopy



Narzędzia i materiały chirurgiczne



MTS BIOMEDICAL SOLUTIONS

MTS Bionix Testing Solutions

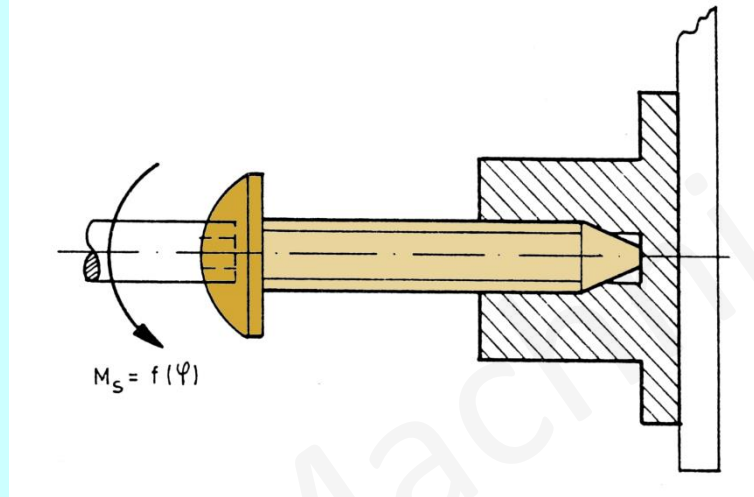
- » EM Torsion Test System
 - Urządzenie umożliwia wykonywanie testów w kontroli kąta lub kontroli momentu. W obydwu trybach kontroli możliwe jest przykładanie stałej siły rozciągania lub ściskania w trakcie testu. Dla przykładu: można badać jak zmienia się moment skręcający w trakcie wkręcania śruby w kość ze stałą prędkością (arc-sec) pod wpływem stałej siły przyłożonej w trakcie wkręcania.
 - Przykłady materiałów:
 - Śruby ortopedyczne
 - Narzędzia chirurgiczne
 - Cewniki, węże, przewody
 - Sprężyny skrętne
 - Kable, przewody



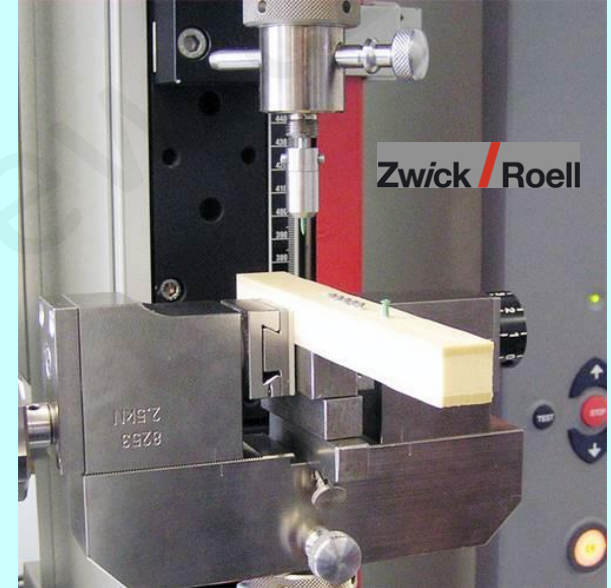
be certain.

Stomatologia
 Układ krążenia
 Ortopedia
Chirurgia

Narzędzia i materiały chirurgiczne



Marciniak W. Ćwiczenia laboratoryjne z biomateriałów. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1999



Mechanika (statyka):

- [1] Misiak J.: Statyka.
- [2] Engel Z., Giergiel J.: Statyka. AGH (lub Statyka, kinematyka)
- [3] Giergiel J., Głuch L., Łopata A.: Zbiór zadań z mechaniki – metodyka rozwiązań.
- [4] Mieszczerski I.W.: Zbiór zadań z mechaniki.
- [5] Romicki R.: Rozwiązania zadań z mechaniki Zbioru I. W. Mieszczerskiego.
- [6] Rżysko J.: Statyka i Wytrzymałość Materiałów.

Wytrzymałość Materiałów:

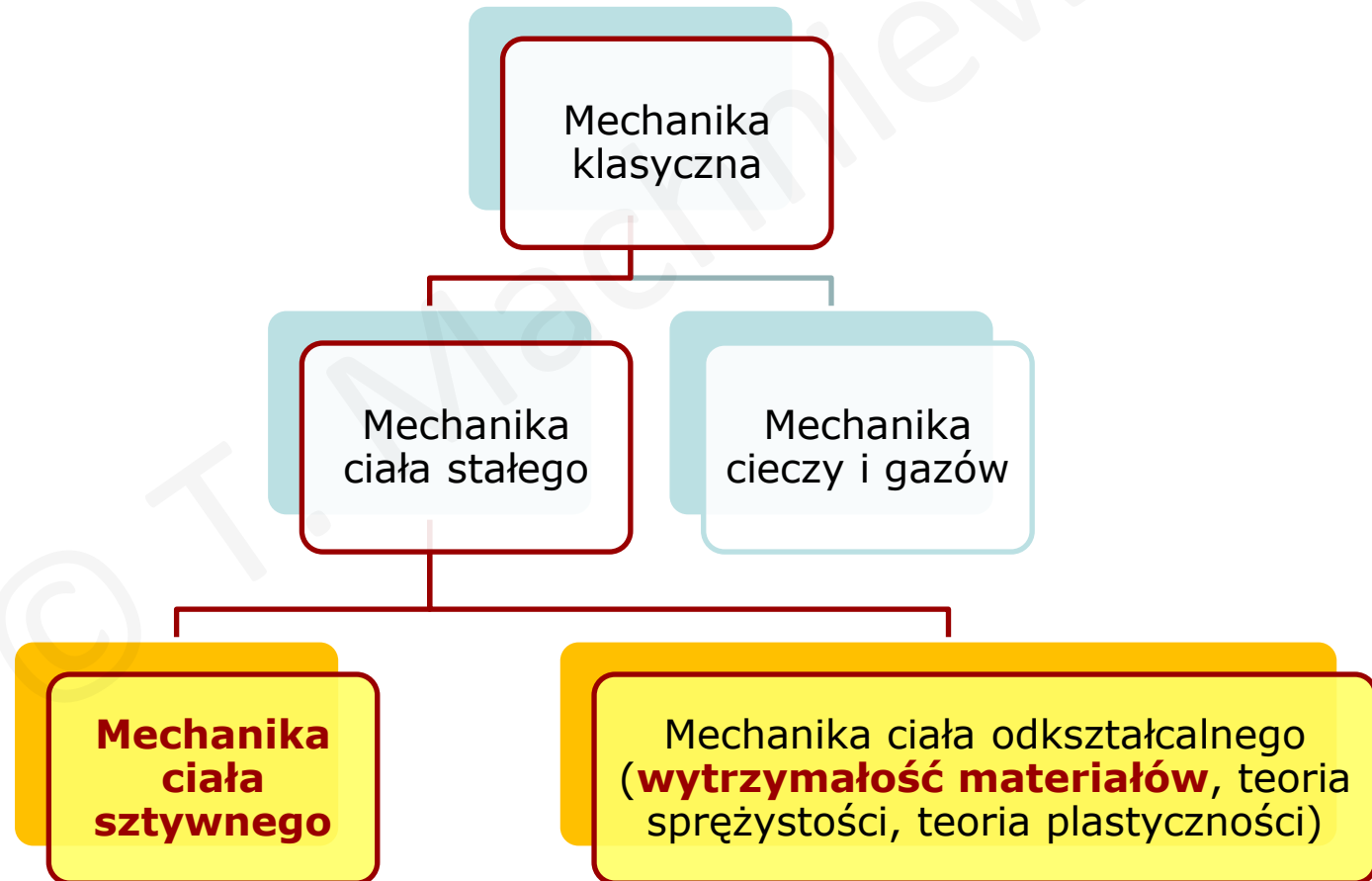
- [7] Skorupa A., Skorupa M.: Wytrzymałość materiałów: skrypt dla studentów wydziałów niemechanicznych. AGH Uczelniane Wydaw. Naukowo-Dydaktyczne, 2000.
- [8] Wolny S., Siemieniec A.: Wytrzymałość materiałów. Cz. 1, Teoria, zastosowanie. AGH Uczelniane Wydaw. Naukowo-Dydaktyczne.
- [9] Niezgodziński M.E., Niezgodziński T.: Wytrzymałość Materiałów. Warszawa, PWN 1981.

Laboratorium:

- [10] Wolny S. i in.: Wytrzymałość Materiałów – cz. IV. Ćwiczenia laboratoryjne. Wyd. AGH. Kraków 2007.
- [11] Wolny S. i in. Wytrzymałość Materiałów – cz. IV. Eksperyment w Wytrzymałości Materiałów.

1.2. Pojęcia podstawowe:

Mechanika: nauka (dział fizyki) zajmująca się badaniem ruchu mechanicznego ciał, tj. przemieszczeniami jednych ciał względem drugich oraz wzajemnymi przemieszczeniami pewnych cząstek danego ciała, w zakresie przyczyn ich powstania oraz zjawisk im towarzyszących.



1.2. Pojęcia podstawowe:

Mechanika ciała sztywnego

Statyka

dział mechaniki zajmujący się badaniem równowagi ciał materialnych.

Kinematyka

dział mechaniki zajmujący się badaniem ruchu mechanicznego ciał bez uwzględnienia ich cech fizycznych i działających na nie sił..

Dynamika

dział mechaniki zajmujący się ruchem ciał materialnych pod działaniem sił (określa związki między siłami a ruchem jako ich skutkiem).

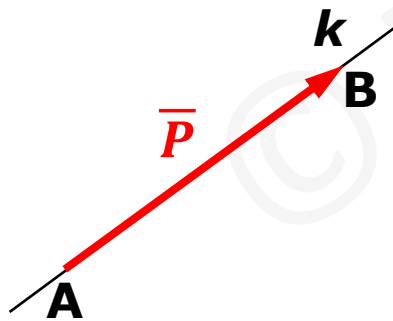
1.2. Wielkości stosowane w mechanice:

a) skalary

wielkości określone wartością liczbową i jednostką mianowaną (masa, czas, długość, pole).

b) wektory

wielkości do określenia których niezbędne jest podanie oprócz wartości (modułu) także kierunku (prostej działania) oraz zwrotu wzdłuż tego kierunku



Wektor można zdefiniować poprzez podanie trzech liczb algebraicznych przedstawiających jego trzy rzuty prostokątne P_x , P_y , P_z (składowe wektora) na osie układu współrzędnych.

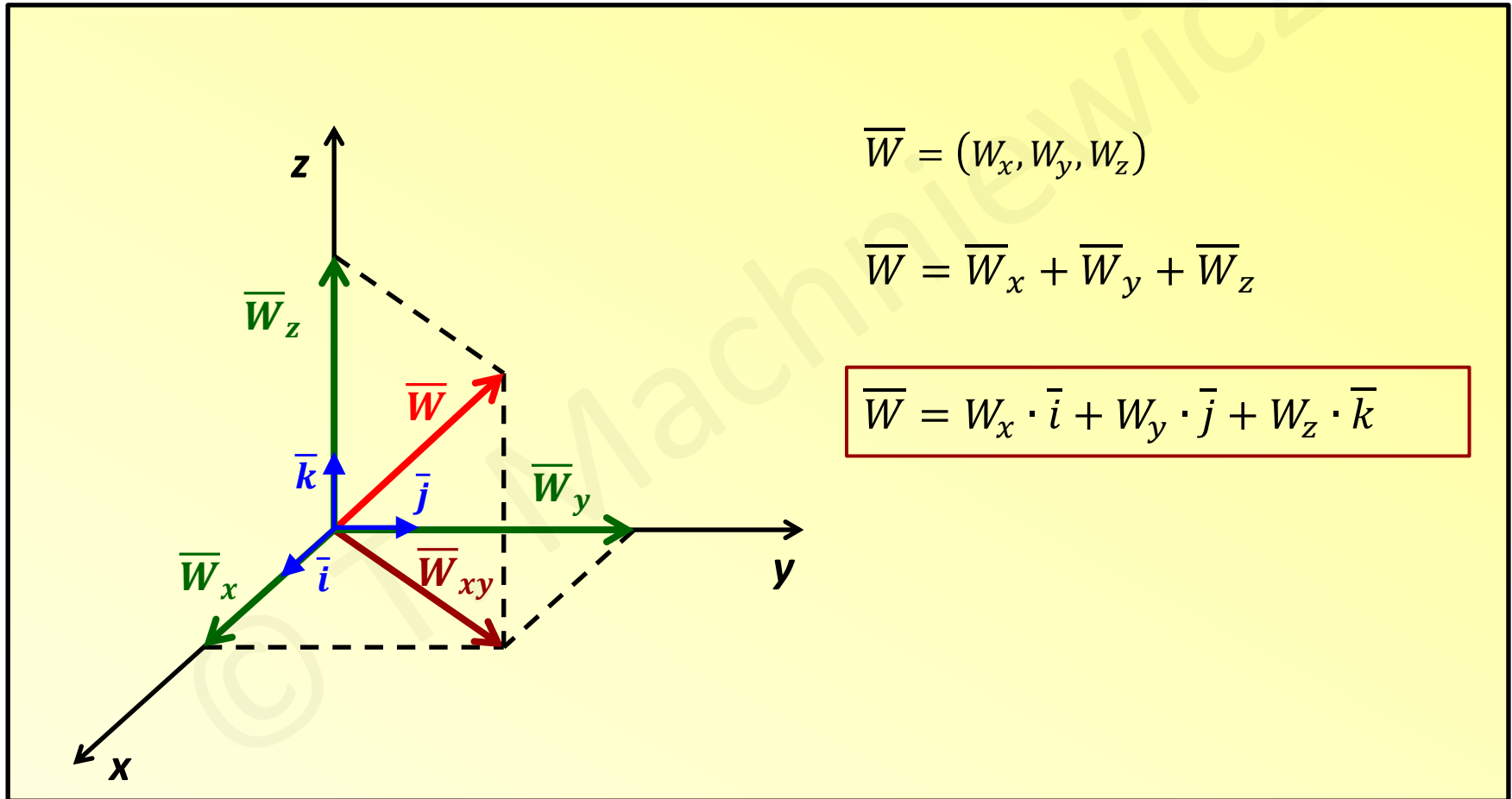
$$\bar{P} = (P_x, P_y, P_z)$$

wówczas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{P} = \bar{P}_x + \bar{P}_y + \bar{P}_z \\ P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} \end{array} \right.$$

1.2. Wielkości stosowane w mechanice:

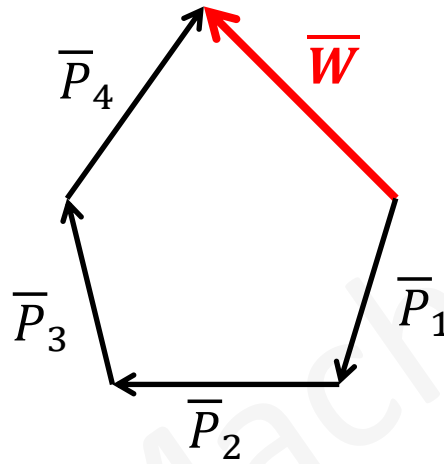
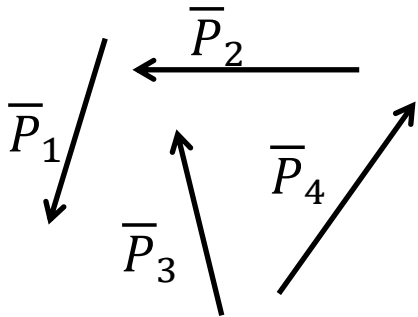
Wersory – wektory jednostkowe: \bar{i} , \bar{j} , \bar{k}



1.2.1. Dziesiętne krotności jednostek

| Mnożnik | Przedrostek | Skrót | Przykłady |
|------------|----------------|-------------|-----------------------|
| 10^{18} | <i>eksa -</i> | <i>E</i> | |
| 10^{15} | <i>peta -</i> | <i>P</i> | |
| 10^{12} | <i>tera -</i> | <i>T</i> | |
| 10^9 | <i>giga -</i> | <i>G</i> | <i>GPa</i> |
| 10^6 | <i>mega -</i> | <i>M</i> | <i>MN, MPa</i> |
| 10^3 | <i>kilo -</i> | <i>k</i> | <i>kg, kW</i> |
| 10^2 | <i>hekto -</i> | <i>h</i> | <i>hPa, hl</i> |
| 10^1 | <i>deka -</i> | <i>da</i> | <i>dag,</i> |
| 1 | <i>-----</i> | <i>----</i> | <i>N, m, g, Pa, W</i> |
| 10^{-1} | <i>decy -</i> | <i>d</i> | <i>dm</i> |
| 10^{-2} | <i>centy -</i> | <i>c</i> | <i>cm</i> |
| 10^{-3} | <i>mili -</i> | <i>m</i> | <i>mm, mg</i> |
| 10^{-6} | <i>mikro -</i> | μ | μm |
| 10^{-9} | <i>nano -</i> | <i>n</i> | <i>nA</i> |
| 10^{-12} | <i>piko -</i> | <i>p</i> | |
| 10^{-15} | <i>femto -</i> | <i>f</i> | |
| 10^{-18} | <i>atto -</i> | <i>a</i> | |

a) Dodawanie wektorów:



$$\bar{W} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \dots + \bar{P}_n$$

$$\bar{W} = \sum_{i=1}^n \bar{P}_i$$

jeżeli:

$$\bar{P}_1 = (P_{1x}, P_{1y}, P_{1z})$$

$$\bar{P}_2 = (P_{2x}, P_{2y}, P_{2z})$$

.....

$$\bar{P}_n = (P_{nx}, P_{ny}, P_{nz})$$

wówczas:

$$\bar{W} = (W_x, W_y, W_z)$$

$$W_x = \sum_{i=1}^n P_{ix}$$

$$W_y = \sum_{i=1}^n P_{iy}$$

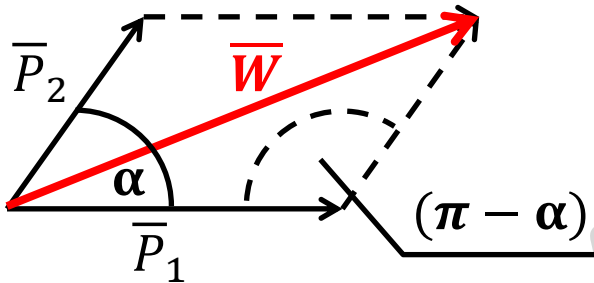
$$W_z = \sum_{i=1}^n P_{iz}$$

$$\bar{W} = \bar{W}_x + \bar{W}_y + \bar{W}_z$$

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2 + W_z^2}$$

a) Dodawanie wektorów:

Wzór Carnota (twierdzenie cosinusów)



$$\bar{W} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2$$

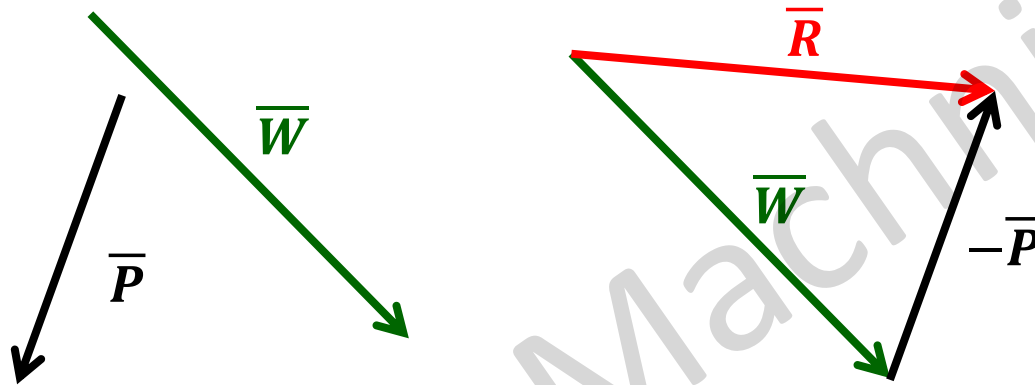
$$W = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2\cos(\pi - \alpha)}$$



$$W = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha}$$

b) Odejmowanie wektorów:

Odejmowanie wektora \bar{P} od wektora \bar{W} odpowiada dodaniu do wektora \bar{W} wektora przeciwnego do \bar{P} .



$$\bar{R} = \bar{W} - \bar{P} = \bar{W} + (-\bar{P})$$

jeżeli:

$$\bar{W} = (W_x, W_y, W_z)$$

$$\bar{P} = (P_x, P_y, P_z)$$

wówczas:

$$\bar{R} = \bar{W} - \bar{P} = (R_x, R_y, R_z), \text{ gdzie:}$$

$$R_x = W_x - P_x$$

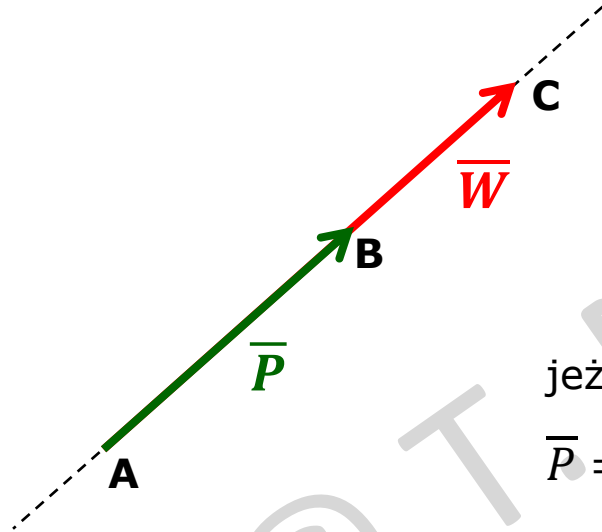
$$R_y = W_y - P_y$$

$$R_z = W_z - P_z$$

c) Mnożenie wektorów przez liczbę (skalar):

Wynikiem iloczynu wektora \vec{P} przez skalar n jest wektor \vec{W} o kierunku zgodnym z wektorem \vec{P} i module n razy większym od modułu wektora \vec{P} .

Zwrot wektora \vec{W} jest zgodny z wektorem \vec{P} gdy $n > 0$, lub przeciwny gdy $n < 0$.



$$\left. \begin{aligned} P &= |AB| \\ W &= |AC| \\ \vec{W} &= n \cdot \vec{P} \end{aligned} \right\} \frac{W}{P} = \frac{|AC|}{|AB|} = n$$

jeżeli:

$$\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$$

wówczas:

$$\vec{W} = n\vec{P} = (W_x, W_y, W_z), \text{ gdzie:}$$

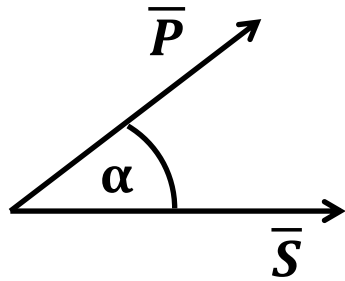
$$W_x = n \cdot P_x$$

$$W_y = n \cdot P_y$$

$$W_z = n \cdot P_z$$

d) Iloczyn skalarny dwóch wektorów:

Wynikiem iloczynu skalarnego wektora \vec{P} i wektora \vec{S} jest skalar równy iloczynowi modułów wektorów \vec{P} i \vec{S} oraz cosinusa kąta zawartego między nimi.



$$W = \vec{P} \circ \vec{S} = P \cdot S \cdot \cos(\alpha)$$

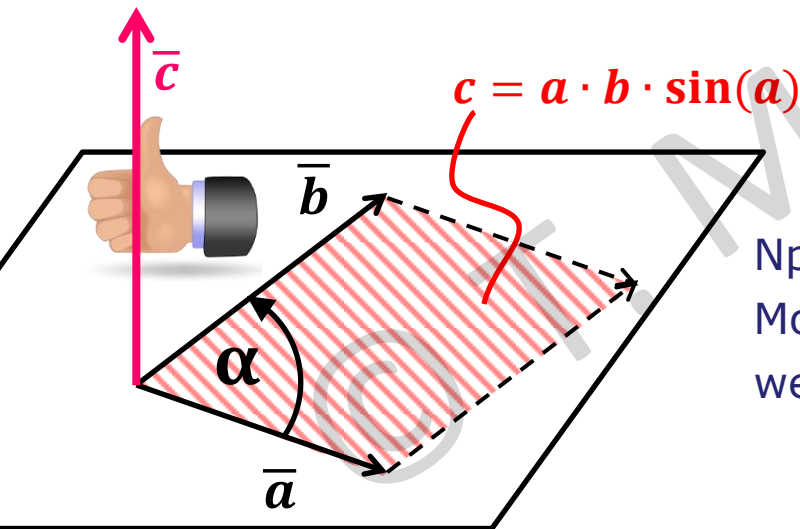
Np.

Praca jest iloczynem skalarnym siły i przemieszczenia.

Iloczyn skalarny jest przemienny, tj.: $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$

e) Iloczyn wektorowy dwóch wektorów:

Wynikiem wektorowym wektora \vec{a} przez wektor \vec{b} ($\vec{a} \times \vec{b}$) jest wektor \vec{c} prostopadły do płaszczyzny wektorów \vec{a} i \vec{b} oraz module równym polu równoległoboku zbudowanego na wektorach \vec{a} i \vec{b} (moduł wektora \vec{c} jest równy iloczynowi modułów wektorów \vec{a} i \vec{b} i sinusa kąta zawartego między nimi). Zwrot wektora \vec{c} określa się zgodnie z regułą prawej dłoni, stosownie do założenia o prawoskrętności kartezjańskiego układu współrzędnych.



$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

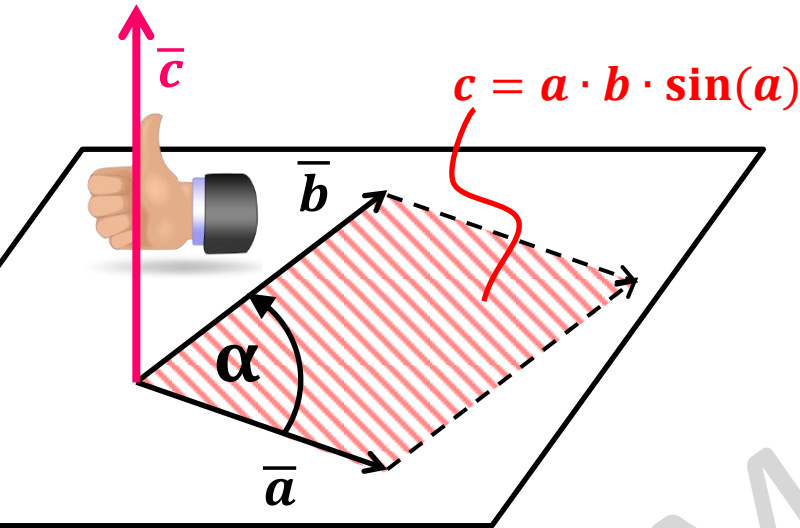
$$c = a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$$

Np.

Moment siły względem bieguna jest iloczynem wektorowym promienia wodzącego przez wektor siły.

Mnożenie wektorowe nie jest przemienne: $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$

e) Iloczyn wektorowy dwóch wektorów:



$$\bar{c} = \bar{a} \times \bar{b}$$

$$c = a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$$

jeżeli:

$$\bar{a} = (a_x, a_y, a_z)$$

$$\bar{a} = a_x \cdot \bar{i} + a_y \cdot \bar{j} + a_z \cdot \bar{k}$$

$$\bar{b} = (b_x, b_y, b_z)$$

$$\bar{b} = b_x \cdot \bar{i} + b_y \cdot \bar{j} + b_z \cdot \bar{k}$$

wówczas:

$$\bar{c} = \bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y) \bar{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \bar{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \bar{k}$$

$$= c_x \cdot \bar{i} + c_y \cdot \bar{j} + c_z \cdot \bar{k}$$

gdzie: $c_x = (a_y b_z - a_z b_y)$; $c_y = (a_z b_x - a_x b_z)$; $c_z = (a_x b_y - a_y b_x)$

$$\bar{c} = (c_x, c_y, c_z)$$

1.3. Klasyfikacja obciążeń

Siła, moment siły – wynik wzajemnego oddziaływania ciał na siebie.

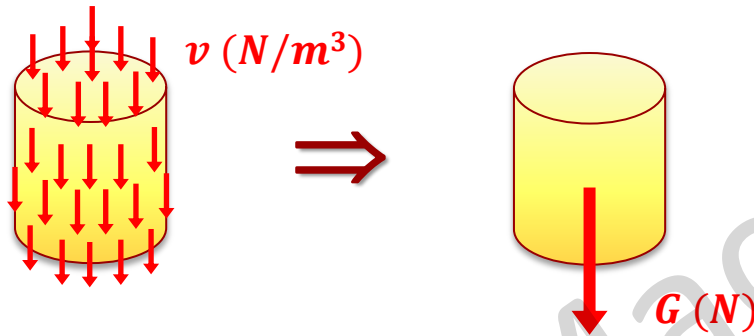
Rodzaje sił – ze względu na pochodzenie

- a) siły zewnętrzne** – przyłożone do danego ciała, wywierane przez inne ciało,
- **czynne** – mogące wywołać ruch, niezależne od warunków w jakich znajduje się dane ciało,
 - **bierne** – stanowią wynik oddziaływania więzów (siły reakcji),
- b) siły wewnętrzne** – siły wzajemnego oddziaływania pomiędzy punktami materialnymi rozpatrywanego układu,



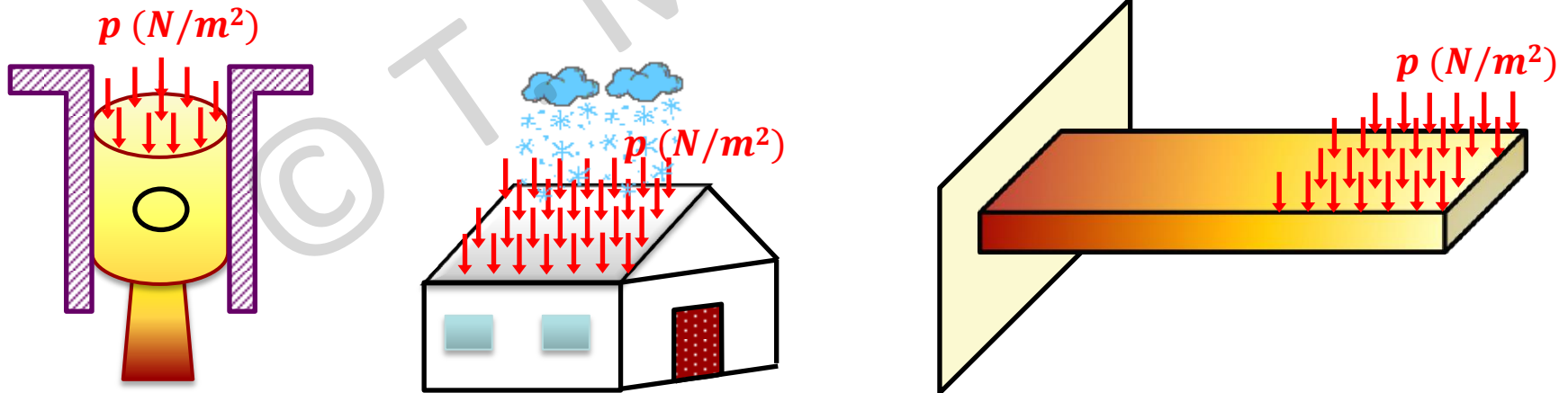
Rodzaje obciążeń – ze względu na sposób przyłożenia:

a) objętościowe (masowe) – działające na każdą cząstkę ciała (np. siły ciężkości),



siły masowe zwykle zastępowane są działaniem siły skupionej przyłożonej w środku ciężkości bryły

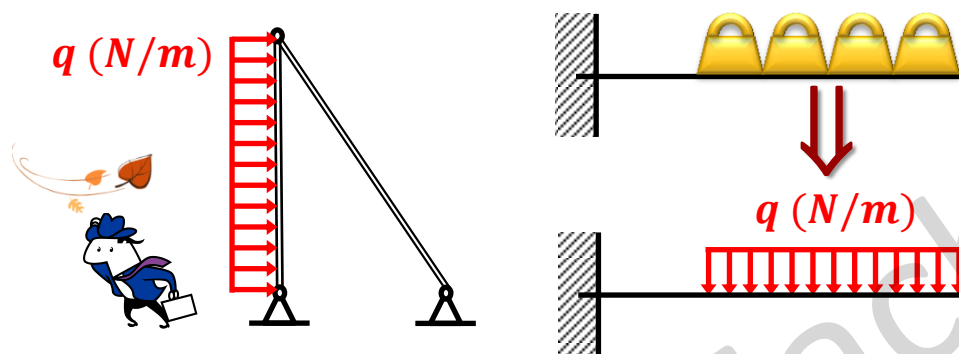
b) powierzchniowe – działające na powierzchnię ciała,



1.3. Klasyfikacja obciążeń

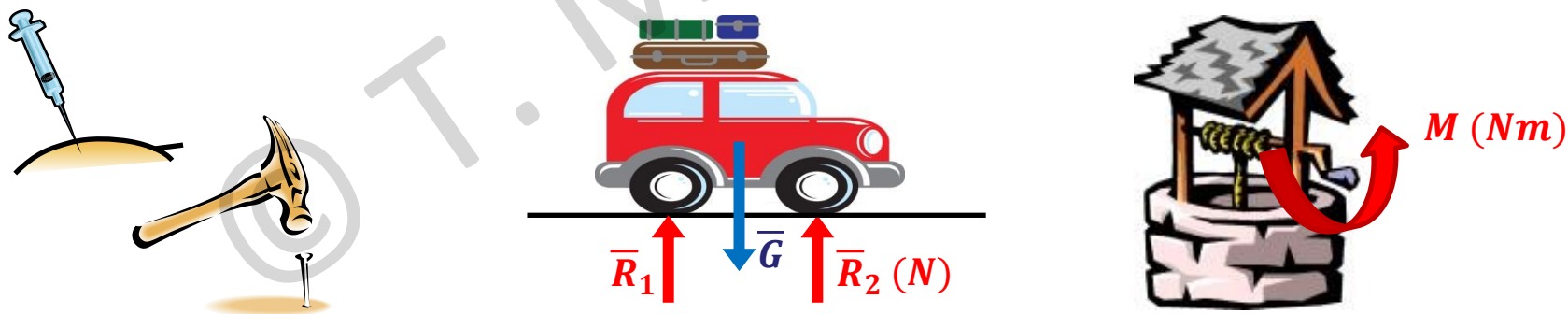
Rodzaje obciążeń – ze względu na sposób przyłożenia:

c) obciążenia liniowe – przyłożone w sposób ciągły na pewnej długości,



Zazwyczaj za pomocą obciążenia liniowego odwzorowuje się działanie obciążenia powierzchniowego w przypadku modeli płaskich

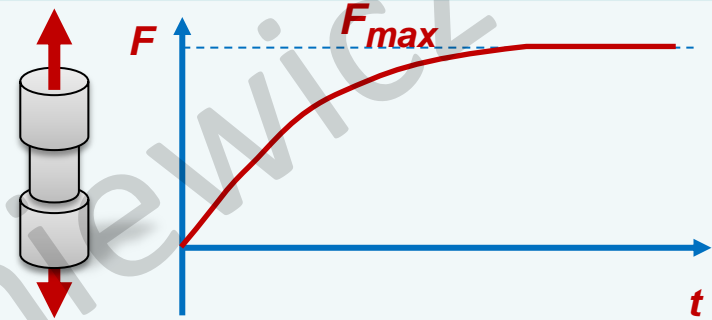
d) obciążenie skupione – siła lub moment siły przyłożone w punkcie,



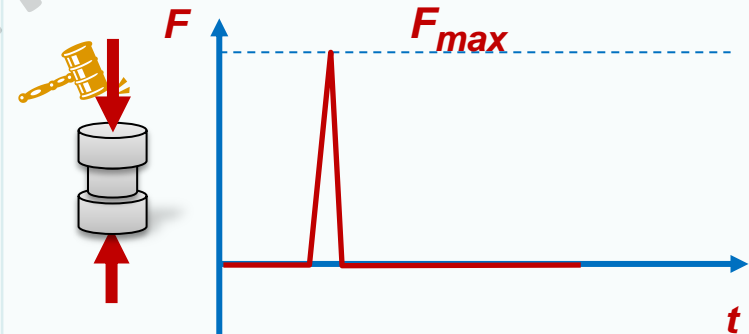
Dane obciążenie uznać można za skupione, jeżeli powierzchnia jego oddziaływania jest znacznie mniejsza od wymiarów elementu.

Rodzaje obciążeń – ze względu na zmiany w czasie:

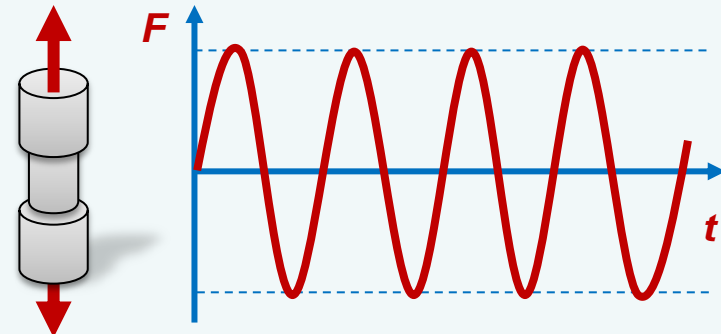
a) **statyczne** – narastające w sposób powolny od zera do pewnej wartości



b) **dynamiczne** – przyłożone w sposób nagły, działające impulsowo



c) **okresowo-zmienne** – zmieniające wielokrotnie wartość w czasie



1.4. Wyidealizowane modele ciał rzeczywistych:

punkt materialny

punkt geometryczny któremu przepisano pewną masę.

układ punktów materialnych

(ciało sztywne, bryła) – zbiór punktów materialnych o niezmiennych wzajemnych odległościach

ciało swobodne

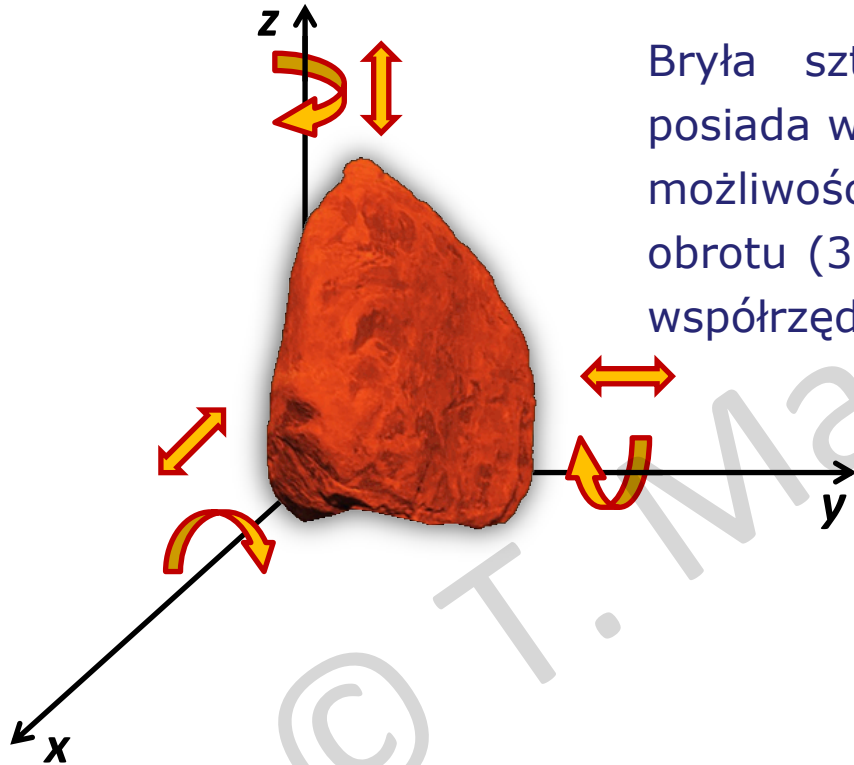
ciało mogące dowolnie przemieszczać się w przestrzeni.

ciało nieswobodne

ciało którego ruch w przestrzeni ograniczony jest określonymi więzami.

1.5. Stopień swobody

Stopień swobody – minimalna liczba niezależnych współrzędnych niezbędna do jednoznacznego opisu położenia ciała w przestrzeni.



Bryła sztywna, nieograniczona żadnymi węzami, posiada w przestrzeni 6 stopni swobody, związanych z możliwością jej przesunięcia (3 stopnie swobody) i obrotu (3 kolejne stopnie swobody) wokół osi układu współrzędnych.

1.5. Stopień swobody

Stopień swobody – minimalna liczba niezależnych współrzędnych niezbędna do jednoznacznego opisu położenia ciała w przestrzeni.

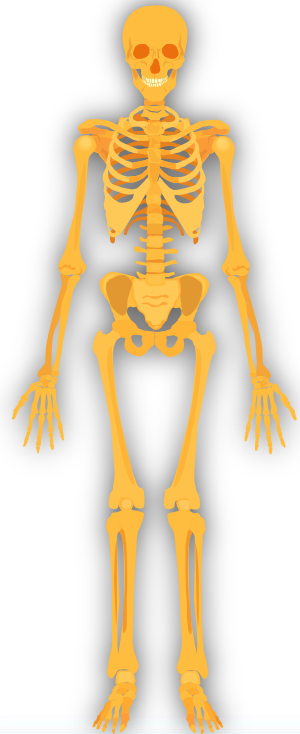
Ciało materialne (np. człon mechanizmu) w ruchowym połączeniu z innym ciałem tworzy **parę kinematyczną** tracąc przy tym pewną liczbę stopni swobody, określoną przez tzw. **klasę pary kinematycznej**, tj. liczbę **więzów** występujących pomiędzy połączonymi członami.

Ogólnie, jeżeli dwa człony o odpowiednio n_1 i n_2 stopniach swobody połączone są w parę kinematyczną o klasie w , to układ taki ma $(n_1 + n_2 - w)$ stopni swobody.

Przykładowo:

Ludzki szkielet posiada ok. 240 stopni swobody.

Każda z kończyn – górna jak i dolna – mają po około 30.



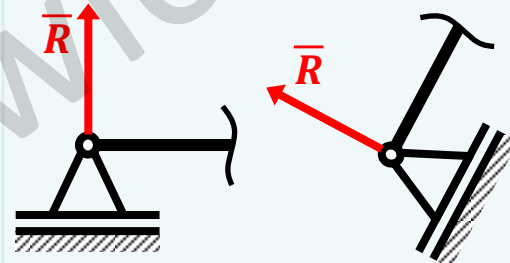
1.6. Więzy oraz siły reakcji

Więzy – elementy ograniczające liczbę stopni swobody.

Charakterystyczne rodzaje więzów i związane z nimi siły reakcji.

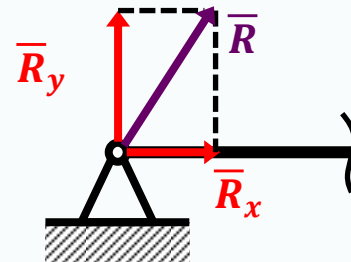
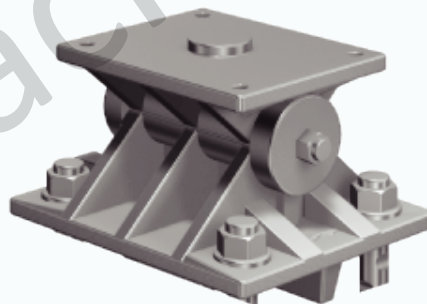
a) podpora przegubowa przesuwna

reakcja prostopadła do płaszczyzny przesuwu



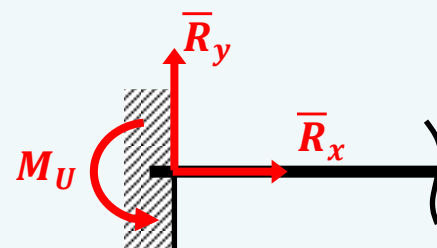
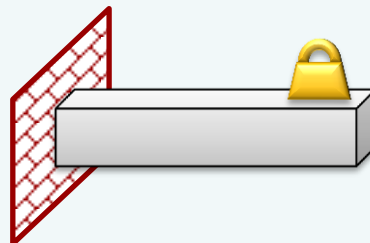
b) podpora przegubowa stała

siła reakcji o dowolnym kierunku (dwie składowe reakcje)



c) utwierdzenie (wspornik)

siła reakcji o dowolnym kierunku (dwie składowe reakcje) oraz moment utwierdzenia



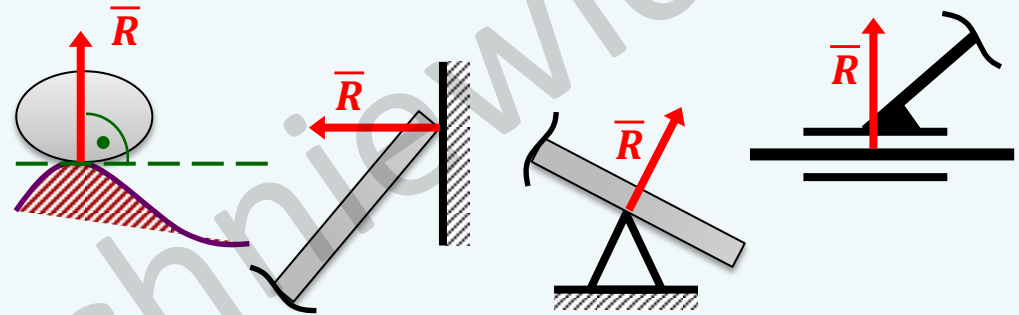
1.6. Więzy oraz siły reakcji

Więzy – elementy ograniczające liczbę stopni swobody.

Charakterystyczne rodzaje więzów i związane z nimi siły reakcji.

d) gładka powierzchnia oporowa

reakcja prostopadła do gładkiej powierzchni



e) przegub kulisty

siła reakcji o dowolnym kierunku (trzy składowe reakcje)



f) podwieszenie na cięgnach, podparcie przegubowe

siła reakcji działa wzdłuż cięgna lub nieważkiego pręta

